

Dodatne vežbe: Sistemi simultanih jednačina (I deo)

Nastavnik: Aleksandra Nojković, nojkovic@gmail.com

Primer 1. Posmatramo sistem simultanih jednačina (**datoteka Primer 24.**):

$$\begin{aligned}C_t &= \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \varepsilon_{1t} \\I_t &= \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\Y_t &= C_t + I_t + G_t\end{aligned}$$

(C_t – potrošnja, Y_t – dohodak, I_t – investicije i G_t – državni rashodi).

Iz podataka:

C_t	75	125	120	85	140	70
I_t	40	40	50	55	50	25
G_t	11	12	15	16	15	15

Ocenjene su redukovane forme :

$$\hat{C}_t = 147.391 - 1.242 Y_{t-1} + 11.744 G_t$$

$$\hat{I}_t = -28.055 - 0.566 Y_{t-1} + 11.515 G_t$$

$$\hat{Y}_t = 119.335 - 1.808 Y_{t-1} + 24.259 G_t$$

- Oceniti parametar β_1 funkcije investicija metodom INK i oceniti navedenu funkciju metodom IP.
- Oceniti potrošnu funkciju metodom 2SNK.
- Oceniti vrednost multiplikatora državnih rashoda sa odgođenim dejstvom od dva perioda u odnosu na potrošnju.
- Predvideti nivo potrošnje u narednom period, ako se očekuje smanjenje državnih rashoda od 5%.
- Kakva će biti reakcija potrošnje u periodu $t+1$, ako je u periodu t nivo dohotka ostao isti, a za period $t+1$ predviđen je rast državnih rashoda od 6 %.

Rešenje:

- Iz ocenjenih jednačina redukovane forme, te veze sa parametrima strukturne forme datim u nastavku, posredno dolazimo do ocena metodom INK.

$$C_t = \frac{\alpha_0(1-\beta_1) + \alpha_1\beta_0}{1-\alpha_1-\beta_1} + \frac{\alpha_1\beta_2}{1-\alpha_1-\beta_1} Y_{t-1} + \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1-\beta_1} G_t + \underbrace{\frac{1-\beta_1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{1t} + \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{2t}}_{v_{1t}}$$

$$I_t = \frac{(1-\alpha_1)\beta_0 + \alpha_0\beta_1}{1-\alpha_1-\beta_1} + \frac{(1-\alpha_1)\beta_2}{1-\alpha_1-\beta_1} Y_{t-1} + \frac{\beta_1}{1-\alpha_1-\beta_1} G_t + \underbrace{\frac{\beta_1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{1t} + \frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{2t}}_{v_{2t}}$$

$$Y_t = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{1-\alpha_1-\beta_1} + \frac{\beta_2}{1-\alpha_1-\beta_1} Y_{t-1} + \frac{1}{1-\alpha_1-\beta_1} G_t + \underbrace{\frac{1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{1t} + \frac{1}{1-\alpha_1-\beta_1} \varepsilon_{2t}}_{v_{3t}}$$

Ocene metodom INK se dobijaju iz odnosa odgovarajućih koeficijenata uz G_t u drugoj i trećoj jednačini ocenjene redukovane forme: $\widehat{\beta}_1 = \frac{11.515}{24.259} = 0.47$.

Postupak ocenjivanja metodom instrumentalnih promenljivih dobija je ocenjivanjem promenljive Y_t koja je endogena ($\text{cov}(Y_t, \varepsilon_t) \neq 0$) u funkciji instrumenata (predeterminisanih promenljivih): **konst., Y_{t-1} , G_t** . Promenljiva Y_{t-1} **nije korelisana** sa greškom **za istu opservaciju**, te ne predstavlja problem dobijanju konzistentnih ocena (koristi se originalna promenljiva, odnosno ona za koju možemo reći da je sama sebi instrument). Ocene IP dobijene korišćenjem programa Eviews date su u nastavku.

Tabela 1.1. Ocena investicione funkcije metodom IP

Dependent Variable: IT
Method: Two-Stage Least Squares
Date: 04/26/20 Time: 20:17
Sample (adjusted): 2 6
Included observations: 5 after adjustments
Instrument specification: YT(-1) GT
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-84.69969	83.68626	-1.012110	0.4180
YT(-1)	0.292230	0.278290	1.050091	0.4038
YT	0.474664	0.252221	1.881936	0.2006
R-squared	0.569031	Mean dependent var		44.00000
Adjusted R-squared	0.138062	S.D. dependent var		11.93734
S.E. of regression	11.08270	Sum squared resid		245.6523
F-statistic	1.921031	Durbin-Watson stat		3.135755
Prob(F-statistic)	0.342345	Second-Stage SSR		98.09433
J-statistic	8.22E-41	Instrument rank		3

Kako je reč o tačno identifikovanoj jednačini (proveriti!) dobijamo iste ocene metodama INK i IP.

- b) Potrošna funkcija je prekomerno identifikovana (proveriti!). Dobijanje konzistentnih ocena obezbeđuje metod 2SNK. Postupak ocenjivanja metodom **2SNK predstavlja specifičnu primenu metod instrumentalnih promenljivih (IP)**, gde se kao instrumenti za endogenu promenljivu Y_t koriste: **konst., Y_{t-1} , G_t** .

Tabela 1.2. Ocena potrošne funkcije metodom 2SNK

Dependent Variable: CT
 Method: Two-Stage Least Squares
 Date: 04/26/20 Time: 20:23
 Sample (adjusted): 2 6
 Included observations: 5 after adjustments
 Instrument specification: YT(-1) GT
 Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-14.21043	27.45093	-0.517667	0.6404
YT	0.733556	0.162209	4.522302	0.0202
R-squared	0.898279	Mean dependent var		108.0000
Adjusted R-squared	0.864372	S.D. dependent var		29.28310
S.E. of regression	10.78429	Sum squared resid		348.9030
F-statistic	20.45121	Durbin-Watson stat		1.919644
Prob(F-statistic)	0.020220	Second-Stage SSR		1051.503
J-statistic	1.834114	Instrument rank		3
Prob(J-statistic)	0.175642			

- c) tekući efekat (G_t na C_t): 11.74
 efekat posle jednog perioda (G_{t-1} na C_t): $(-1.242) * 24.259 = -30.130$
 efekat posle dva perioda (G_{t-2} na C_t): $(-1.242) * (-1.808) * 24.259 = 54.474$
ukupni efekat: 36.088.

- d) Predviđa se iz ocenjene redukovane forme: $\widehat{C}_{t+1} = 147.391 - 1.242 Y_t + 11.744 G_{t+1} = 147.292 - 1.242 * 110 + 11.744 * (0.95 * 15) = 178.123$.

- e) Iz ocenjene redukovane forme: $\Delta \widehat{C}_{t+1} = \widehat{C}_{t+1} - \widehat{C}_t = 11.744 * (G_{t+1} - G_t) = 11.744 * (1.06 G_t - G_t) = 11.744 * 0.06 * G_t = 10.570$.

Primer 2. Datoteka **Primer 25.** sadži kvartalne podatke za Veliku Britaniju u periodu od 1972q1 do 1998q3 modela ravnoteže na tržištu robe i novca (IS-LM model) definisanog kao:

$$\text{LM kriva: } R_t = \alpha_0 + \alpha_1 M_t + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 M_{t-1} + u_{1t}$$

$$\text{IS kriva: } Y_t = \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_2 I_t + u_{2t},$$

pri čemu je R_t kamatna stopa, M_t realni novčani fondovi, Y_t nivo BDP-a, dok I_t predstavlja investicionu potrošnju. Podaci su preuzeti iz udžbenika Asteriou i Hall (2007).

- Ispitati identifikovanost jednačina sistema.
- Testirati opravdanost **pretpostavke o endogenosti** promenljivih Y_t i R_t u ovom sistemu jednačina.

- c) Oceniti model primenom metoda IP (u jednom stepenu, koristeći gotovu proceduru u paketu EViews).
- d) Predvideti nivo dohotka u narednom period (1998Q4) ako je planiran rast investicija od 10%, dok se novčani fondovi zadržavaju na istom nivou.
- e) Proveriti valdinost instrumenata korišćenih u prvom stepenu ocenjivanja jednačine Y_t (relevantnost i egzogenost).

Rešenje:

- a) Za potrebe provere identifikovanosti jednačina najpre ćemo ih razdvojiti na endogene i egzogene (reč je o *a priori* podeli, koja se zasniva na samoj postavci sistema jednačina).

endogene: R_t, Y_t

egzogene: konst. (1), I_t, M_t, M_{t-1}

Prva jednačina je tačno, a druga prekomerno identifikovana (proveriti!).

- b) Proveravamo endogenost promenljivih primenom Hausman-ovog testa (gotova procedura u program Eviews, koja se zasniva na poređenju ocena ONK i IP).

Tabela 2.1. Provera endogenosti promenljive Y_t

Endogeneity Test
 Equation: EQ01_LM
 Endogenous variables to treat as exogenous: Y
 Specification: R C M Y M(-1)
 Instrument specification: C M I M(-1)
 Null hypothesis: Y are exogenous

	Value	df	Probability
Difference in J-stats	8.322924	1	0.0039

J-statistic summary:

	Value
Restricted J-statistic	8.322924
Unrestricted J-statistic	5.07E-33

Tabela 2.2. Provera endogenosti promenljive R_t

Endogeneity Test
 Equation: EQ02_IS
 Endogenous variables to treat as exogenous: R
 Specification: Y C R I
 Instrument specification: C M I M(-1)
 Null hypothesis: R are exogenous

	Value	df	Probability
Difference in J-stats	18.47048	1	0.0000

J-statistic summary:

	Value
Restricted J-statistic	94.31854
Unrestricted J-statistic	75.84807

Primenom Hausman-ovog testa, na osnovu razlike u ocenama dobijenim primenom dva metoda, potvrđena je endogenost obe promenljive. Dobijanje konzistentnih ocena u obe jednačine obezbeđuje primena metoda IP.

c) Ocene modela primenom metoda ONK i IP date su u nastavku.

Tabela 2.3. Ocena jednačine R_t metodom IP

Dependent Variable: R
Method: Two-Stage Least Squares
Date: 04/26/20 Time: 21:09
Sample (adjusted): 1972Q1 1998Q3
Included observations: 107 after adjustments
Instrument specification: M I M(-1)
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.069599	5.732089	1.582250	0.1167
M	-0.008878	0.002614	-3.396474	0.0010
Y	4.65E-05	6.44E-05	0.722214	0.4718
M(-1)	0.008598	0.002566	3.350368	0.0011
R-squared	0.182612	Mean dependent var		9.919252
Adjusted R-squared	0.158805	S.D. dependent var		3.165781
S.E. of regression	2.903549	Sum squared resid		868.3518
F-statistic	8.370503	Durbin-Watson stat		0.362635
Prob(F-statistic)	0.000049	Second-Stage SSR		850.6449
J-statistic	0.000000	Instrument rank		4

Tabela 2.4. Ocena jednačine Y_t metodom IP

Dependent Variable: Y
Method: Two-Stage Least Squares
Date: 04/26/20 Time: 21:03
Sample (adjusted): 1972Q1 1998Q3
Included observations: 107 after adjustments
Instrument specification: M I M(-1)
Constant added to instrument list

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	72538.68	14250.19	5.090368	0.0000
R	-3029.112	921.8960	-3.285742	0.0014
I	4.258678	0.266492	15.98049	0.0000
R-squared	0.834395	Mean dependent var		145171.7

Adjusted R-squared	0.831210	S.D. dependent var	24614.16
S.E. of regression	10112.50	Sum squared resid	1.06E+10
F-statistic	294.8554	Durbin-Watson stat	0.217378
Prob(F-statistic)	0.000000	Second-Stage SSR	3.92E+09
J-statistic	33.62704	Instrument rank	4
Prob(J-statistic)	0.000000		

d) Nivo dohotka u naredom kvartalu (period t+1) predviđa se iz ocenjene redukovane forme.

Tabela 2.5. Ocenjena redukovana forma Yt

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 04/26/20 Time: 21:14
Sample (adjusted): 1972Q1 1998Q3
Included observations: 107 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	60072.35	1453.737	41.32271	0.0000
I	2.073690	0.099008	20.94461	0.0000
M	4.390318	1.880956	2.334089	0.0215
M(-1)	-1.997674	1.882025	-1.061449	0.2910

R-squared	0.992578	Mean dependent var	145171.7
Adjusted R-squared	0.992362	S.D. dependent var	24614.16
S.E. of regression	2151.226	Akaike info criterion	18.22213
Sum squared resid	4.77E+08	Schwarz criterion	18.32205
Log likelihood	-970.8839	Hannan-Quinn criter.	18.26264
F-statistic	4591.420	Durbin-Watson stat	0.615354
Prob(F-statistic)	0.000000		

Predviđanje dohotka za naredni period: $\hat{Y}_{t+1} = 60072.35 + 2.07 I_{t+1} + 4.39 M_{t+1} - 2.00Mt$, koristeći podatke za I_t i M_t u poslednjem raspoloživom kvartalu (3Q1998) dobijamo sledeće:

$$\hat{Y}_{t+1} = 60072.35 + 2.07 * (1.1 * 35094) + 4.39 * 27270 - 2.00 * 27270 = 205156.69;$$

e) U cilju provere relevantnosti (jačine) instrumenata sprovodimo Stock-Watson-ov test. Ocenjujemo endogenu promenljivu R_t u funkciji instrumenata (svih egzogenih promenljivih u sistemu), odnosno ocenjujemo jednačinu redukovane forme za R_t .

Tabela 2.6. Ocenjena redukovana forma Rt

Dependent Variable: R
Method: Least Squares
Date: 04/26/20 Time: 21:30
Sample (adjusted): 1972Q1 1998Q3
Included observations: 107 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
----------	-------------	------------	-------------	-------

C	11.86543	1.942027	6.109817	0.0000
I	9.65E-05	0.000132	0.729692	0.4672
M	-0.008674	0.002513	-3.451890	0.0008
M(-1)	0.008505	0.002514	3.382780	0.0010
R-squared	0.199280	Mean dependent var	9.919252	
Adjusted R-squared	0.175958	S.D. dependent var	3.165781	
S.E. of regression	2.873793	Akaike info criterion	4.985809	
Sum squared resid	850.6449	Schwarz criterion	5.085728	
Log likelihood	-262.7408	Hannan-Quinn criter.	5.026315	
F-statistic	8.544742	Durbin-Watson stat	0.362978	
Prob(F-statistic)	0.000040			

Kako je izračunata vrednost F – statistike 8.54, što je ispod vrednosti 10 (“pravilo palca”), zaključak Stock-Watson-ovog testa je da su korišćeni instrumenti “loši”. Drugim rečima, zaključujemo da su instrumenti korišćeni za ocenjivanje endogene promenljive R_t u prvom stepenu slabi (nisu relevantni). Osim toga, iz Tabele 2.4. u kojoj je jednačina za Y_t ocenjena metodom IP, na osnovu izračunata Hansen-Sargane-ove J-statistike i pridružene verovatnoće (podsećamo da je gotovu proceduru u program Eviews moguće primeniti samo na prekomerno identifikovanim jednačinama, odnosno kada je broj instrumenata veći od broja endogenih promenljivih u jednačini), zaključujemo da instrumenti ne ispunjavaju ni uslov egzogenosti. U ovom slučaju, reč je o instrumentima koji nisu validni (ne ispunjavaju ni jedan od dva uslova).