1. Ocenjen je model zavisnosti dohotka od potrošnje u Srbiji u periodu 1981-1989:

$$\underset{(19.7)}{\hat{Y}_t = 25.6} + \underset{(0.2)}{0.75X_t} \quad , \quad R^2 = 0.65$$

a) Testirati statističku značajnost parametara modela na nivou značajnosti $\alpha = 0{,}05$.
b) Testirati statističku značajnost regresije F-testom na nivou značajnosti $\alpha = 0{,}05$.
c) Konstruisati 95% interval poverenja za parametre modela
d) Testirati hipotezu koja tvrdi da rast dohotka od jedne jedinice dovodi do rasta potrošnje od 0.4 jedinice.

Rešenje:

a)

$H_0: \beta = 0$
$H_1: \beta \neq 0$

$$t_b = \frac{b}{s_b} = \frac{0.75}{0.2} = 3.75$$

$$t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = t_7(0.025) = 2.36$$

$\boldsymbol{t_b > t_7(0.025)}$ **-> Na nivou značajnosti od 5% odbacujemo $\boldsymbol{H_0}$ i zaključujemo da je parametar $\boldsymbol{\beta}$ statistički značajan.**

$H_0: \beta_0 = 0$
$H_1: \beta_0 \neq 0$

$$t_{b_0} = \frac{b_0}{s_{b_0}} = \frac{25.6}{19.7} = 1.3$$

$$t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = t_7(0.025) = 2.36$$

$\boldsymbol{t_{b_0} < t_7(0.025)}$ **-> Na nivou značajnosti od 5% prihvatamo $\boldsymbol{H_0}$ i zaključujemo da parametar $\boldsymbol{\beta_0}$ nije statistički značajan.**

b)

$H_0: R^2 = 0$
$H_1: R^2 \neq 0$

$$F = \frac{R^2 \,/\, (k-1)}{(1-R^2) \,/\, (n-k)} = \frac{R^2(n-2)}{(1-R^2)} = \frac{0.65 \cdot (9-2)}{(1-0.65)} = 13$$

$F_7^1(0.05) = 5.59$

$\boldsymbol{F > F_7^1(0.05)}$ **-> Na nivou značajnosti od 5% odbacujemo $\boldsymbol{H_0}$ i zaključujemo da je cela regresija statistički značajna.**

c)

Intervali poverenja za nepoznate parametra modela β i β_0 su:

$$b - t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right)s_b \leq \beta \leq b + t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right)s_b$$

$0.75 - 2.36 \cdot 0.2 \leq \beta \leq 0.75 + 2.36 \cdot 0.2$

$\mathbf{0.28 \leq \boldsymbol{\beta} \leq 1.22}$

$b_0 - t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right) s_{b_0} \leq \beta_0 \leq b_0 + t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right) s_{b_0}$

$25.6 - 2.36 \cdot 19.7 \leq \beta_0 \leq 25.6 + 2.36 \cdot 19.7$

$\mathbf{-20.89 \leq \boldsymbol{\beta_0} \leq 72.09}$

Sa verovatnoćom 95% očekujemo da se stvarna vrednost parametra $\boldsymbol{\beta}$ nađe u intervalu $[\mathbf{0.28}; \mathbf{1.22}]$, a parametar $\boldsymbol{\beta_0}$ u intervalu $[\mathbf{-20.89}; \mathbf{72.09}]$.

d)

$H_0: \beta = 0.4$
$H_1: \beta \neq 0.4$

$$t = \frac{0.75 - 0.4}{0.2} = 1.75$$

$$t_{n-k}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = t_7(0.025) = 2.36$$

$\boldsymbol{t < t_7(0.025)}$ **-> Prihvatamo kao tačnu $\boldsymbol{H_0}$, da rast dohotka od jedne jedinice dovodi do rasta potrošnje od 0.4 jedinice.**

Napomena

Potrebno je uraditi zadatke iz zbirke koji pokrivaju temu predviđanje:

- 10. zadatak, zahtev pod d) (detaljno urađen)
- 11. zadatak, zahtev pod b)

  Međurezultati:
  $\hat{Y}_{n+1} = 0.146 + 0.076 \cdot 80 = 6.226$
  $s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{2.627}{8} = 0.328$
  $X_{n+1} = 80$
  $\bar{X} = 43.5$
  $\sum x_i^2 = 2502.5$
  $s_p^2 = 0.535$
  $s_p = 0.731$
  $t_{n-k}(0.025) = 2.306$
  $\hat{Y}_{n+1} - t_{n-k}(0.025) S_p \leq Y_{n+1} \leq \hat{Y}_{n+1} + t_{n-k}(0.025) S_p$
  $4.54 \leq Y_{n+1} \leq 7.92$

- 13. zadatak, zahtev pod c)

  Međurezultati:

$\hat{Y}_{n+1} = 81.60 - 7.08 \cdot 8.1 = 24.25$

$s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} = 18.679$

$\bar{X} = 5.962$

$\sum x_i^2 = 20.178$

$s_p^2 = 25$

$s_p = 5$

$t_{n-k}(0.025) = 2.45$

$\hat{Y}_{n+1} - t_{n-k}(0.025)S_p \leq Y_{n+1} \leq \hat{Y}_{n+1} + t_{n-k}(0.025)S_p$

$12 \leq Y_{n+1} \leq 36.5$